

Devoir III

Mathématiques générales (MAT0339)

28 novembre 2018

Consignes :

- Ce devoir est à faire de façon **individuelle**.
- Le devoir est à rendre le 28 novembre 2018 (au début du cours, ou au département de mathématiques avant 17h). Une pénalité de 10% par jour sera appliquée aux retardataires.
- En plus des réponses, la qualité du devoir est évaluée. Notamment, vous devez porter une attention particulière à la démarche mathématique, à la qualité de la rédaction et de la langue et à la propreté.
- Le devoir peut être rédigé à la main ou à l'ordinateur.
- Le devoir doit être propre et relié (agrafé, par exemple).
- Rappelez-vous que je ne serai pas avec vous quand je lirai votre devoir et écrivez toute l'information nécessaire sur votre copie.
- Bon succès!

1. (10 points) Montrer que $(A^T)^T = A$.

2. (21 points) Calculer les déterminants suivants :

(a) $\left| 2 \begin{pmatrix} 7 & 13 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right|$

(b) $\Delta < (4, 2, 3), (0, -1, 1), (1, 1, -1) >$

(c) $\Delta < \vec{u}, \vec{v} >$, où \vec{u} et \vec{v} ont pour norme respectivement 3 et 4 et sont tels que $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$.

(d) $\Delta < (6320, 1700), (632, 170) >$

(e) $\Delta < \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} >$ si \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires.

(f) Le déterminant de deux vecteurs orthogonaux de norme 6 et 8.

3. (20 points) Calculer

(a) la distance entre les points $(1, 0, 1)$ et $(-1, 1, -1)$

(b) la distance entre les points $(2, 7)$ et $(7, 2)$

(c) la norme de la projection orthogonale du segment \overline{AB} sur le segment \overline{CD} lorsque A, B, C et D sont donnés par les points $(2, 3)$, $(3, 6)$, $(1, 1)$ et $(9, 7)$, respectivement. (La projection orthogonale est ce que vous avez fait à l'exercice 11 de la série 10.)

(d) un vecteur de norme 1 qui est parallèle au vecteur $(4, 6, -2, 5)$.

(e) la mesure de l'angle entre les vecteurs $(6, 3, 5)$ et $(2, 0, 1)$.

4. (10 points) Calculer les aires et les volumes.

(a) Le volume du parallépipède engendré par les vecteurs $\vec{u} = (2, 1, 1)$, $\vec{v} = (-1, 1, 3)$ et $\vec{w} = (1, -2, 2)$.

(b) L'aire du triangle dont les sommets sont $(1, 2)$, $(5, 5)$ et $(6, 3)$.

5. (24 points) Donner les produits matriciels AB et BA lorsque

(a)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 11 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -14 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 21 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 50 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(c)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 11 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 50 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. (10 points) Certains affirment que la meilleure façon de prédire la météo du lendemain est la météo de la journée. Suite à des observations, un modèle simplifié a été mis en place. Il permet de dire, à partir de la météo de la journée

(soit nuageux et pluvieux ou ensoleillé) les probabilités de la météo de demain. La matrice de transition est la matrice A, expliquée ci-dessous.

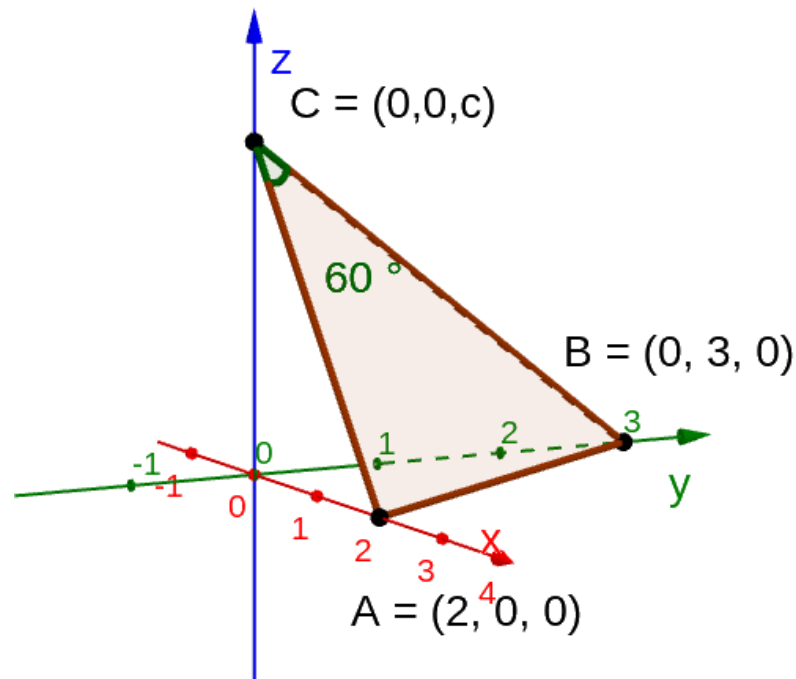
$$A = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$$

	Demain	☀	☁
Aujourd'hui			
☀		0.7	0.3
☁		0.4	0.6

- Calculer la matrice A^2 .
- Que veulent dire les valeurs de la matrice A^2 ?
- S'il fait soleil aujourd'hui, quelle est la probabilité qu'il fasse un temps nuageux et pluvieux dans 3 jours ?

Indice : Une probabilité est toujours un nombre entre 0 et 1.

7. (5 points) Donner la valeur de c pour que cette figure soit possible.



N'oubliez pas que vos démarches sont importantes !